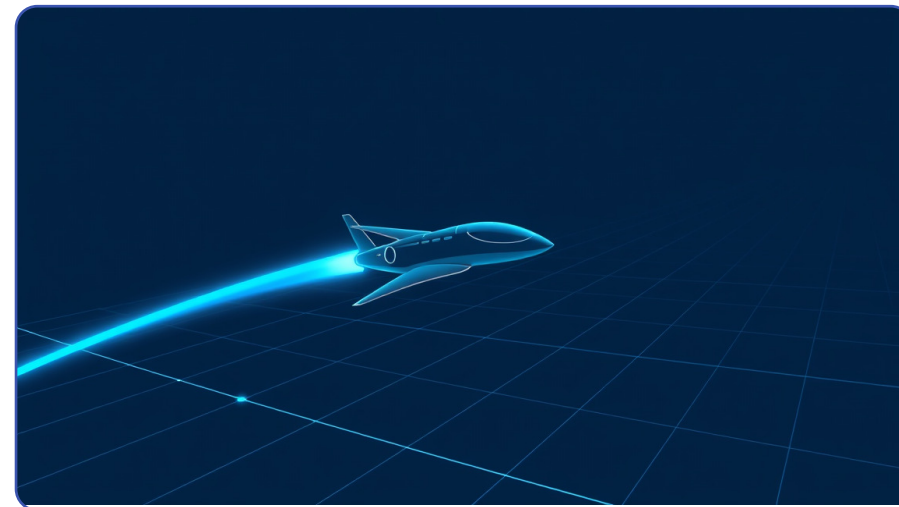


자유종단시간 궤적최적화의 전역최적성 인증 방법론



Certified Global Optimality in Trajectory Optimization via Path-Velocity Decomposition

AUTHORS

이수원*

국민대학교 미래모빌리티학과 · 미래모빌리티제어연구실 (FMCL)



발표자 소개

Speaker and research overview



이수원

국민대학교 미래모빌리티학과
미래모빌리티제어연구실 (FMCL)

약력

- 서울대학교 기계항공공학부 박사 (2021)
- 삼성전자 Mechatronics R&D Center (생산기술연구소) Staff Engineer (2021)
- 국민대학교 미래모빌리티학과 조교수 (2022-)

연구 분야 — 자율 이동체의 유도항법제어 (GNC)

궤적최적화 · 경로계획 · 오늘 발표

유도 · 제어

무인기 자율운용

우주 궤적설계

데이터 기반 제어 · 검증

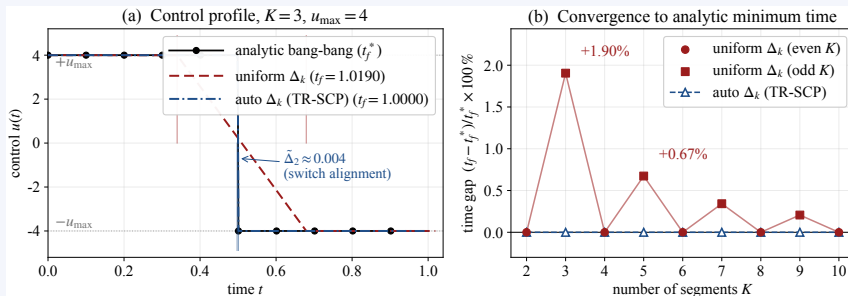
탑승감(멀미) 예측 · 제어

학술 활동

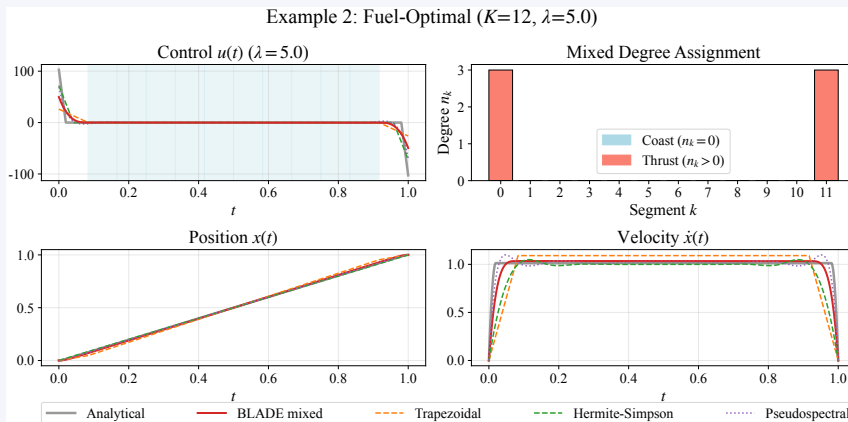
- 한국항공우주학회 유도항법제어 부문위원
- 한국항공우주학회 국민대학교 분회장

진행 중인 연구 1 — 궤적최적화 솔버 개발

Trajectory optimization solvers



적응 세그먼트가 해석 최소시간해로 수렴 — 균일 분할은 오차 잔존



연료최적 예제 — coast 구간을 차수 0 세그먼트가 정확히 표현

블록 이산화 + 전역 인증

■ Bernstein 국소 적응차수(BLADE)로 연속시간 궤적을 **정확히 이산화**

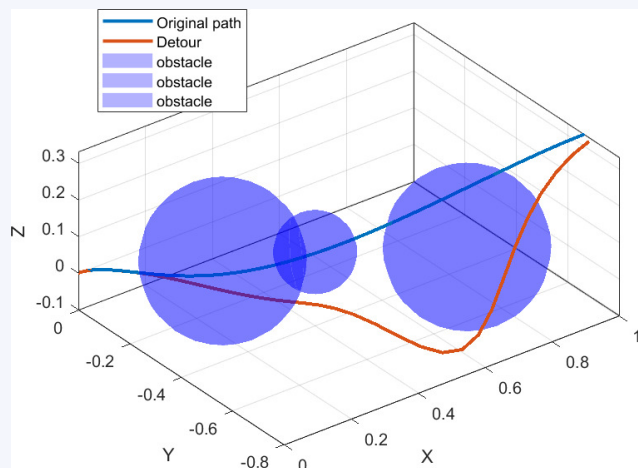
■ 자유종단시간 문제의 **전역최적성 인증** — 오늘 발표 주제

■ 팩터그래프 정식화 — 증분 재계산 · 다상 궤적 확장 (진행 중)

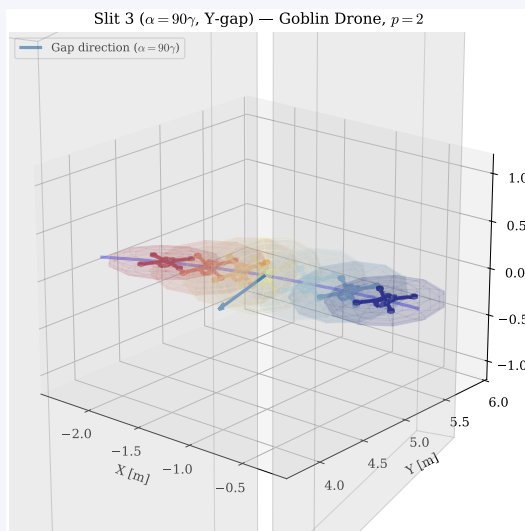
▶ 성과: Acta Astronautica 게재 · JGCD 심사 중 · 특허 출원 — KRIT 특화연구센터 과제(2026-2029)

진행 중인 연구 2 — 충돌회피 알고리즘 개발

Certified collision avoidance



PH 오프셋 우회 경로
구 장애물 3개 회피



슬릿 통과 드론
타원체 안전영역으로 여유 판정

샘플링 없이 안전을 인증

■ PH 곡선의 오프셋으로 3차원 회피 경로를 생성

■ 유리 프레임이면 타원체 안전여유가 **다항식** — 대수적으로 판정

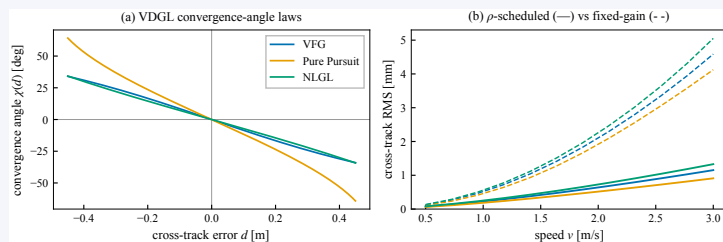
■ 장애물을 구에서 볼록 · 타원체 합집합으로 일반화 (진행 중)

▶ 성과: Chinese J. Aeronautics 2026 · 한국항공우주학회 지 2023 게재 — 안전 인증 편 준비 중

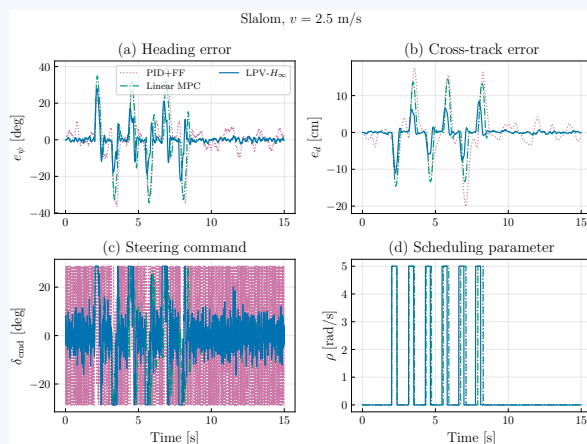
PH: Pythagorean Hodograph(피타고라스 호도그래프) 곡선

진행 중인 연구 3 — 유도기법 개발

Guidance law design



같은 클래스의 유도법칙 3종(VFG · 추적 · NLGL)과 ρ 스케줄의 효과



슬라럼 추종 — LPV H_∞ vs MPC · PID (오차 · 조향 · 스케줄)

성능 명세는 경로 기하가 정함

■ 속도 방향 유도법칙의 성능 명세를 **Lyapunov 해석**에서 유도

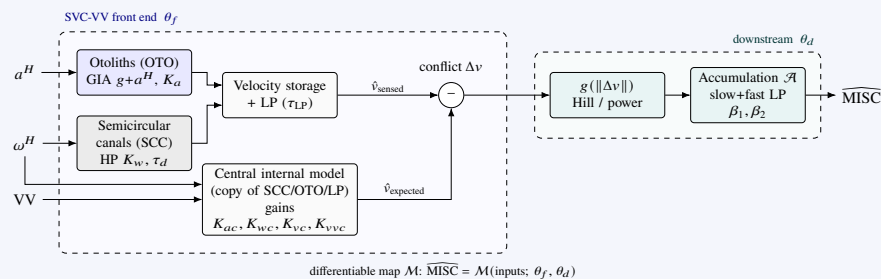
■ 스케줄링 변수가 곡률 $\times$ 속도 $\rho = \kappa v$ 로 결정

■ 곡률-속도 스케줄 LPV H_∞ : MPC 대비 추종오차 **27-46% 감소**

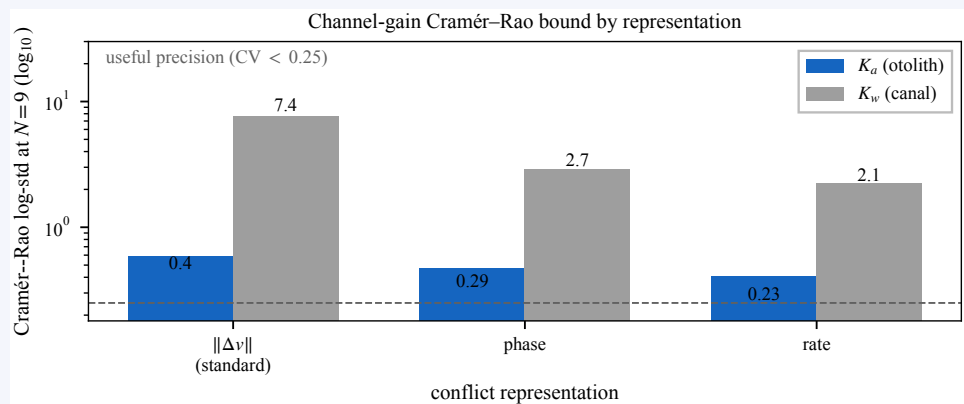
▶ 성과: IJAT 2026 게재 확정 · IEEE TAES 심사 중 — 자세 채널로 확장 진행 중

진행 중인 연구 4 — 멀미 인덱스 동역학 모델링

SVC-VV model as a dynamical system



SVC-VV 모델 블록선도 — 전정 전단(추정기) + 누적 하류



채널별 추정 한계(CRLB) — 이석 이득은 식별 가능, 반고리관 이득은 사실상 비식별

멀미 예측을 관측기 문제로

■ 감각충돌 멀미 모델(SVC-VV)을 6차 유도 상태추정기로 정식화

■ 관측가능성 · 식별가능성 해석으로 개인화 가능 범위를 규정

■ 실차 개인화가 시나리오 적응의 약 2배 효과 (21.7 % vs 8.3 %)

▶ 성과: IEEE T-ITS 투고(2026-07) — 현대모비스 멀미인덱스 예측모델 과제(2026-2027)

Contents

01

배경과 문제

Background and problem

02

제안 방법론

Proposed method

03

일반성과 적용

Generality and applications

04

요약

Summary

01

배경과문제

Background and problem

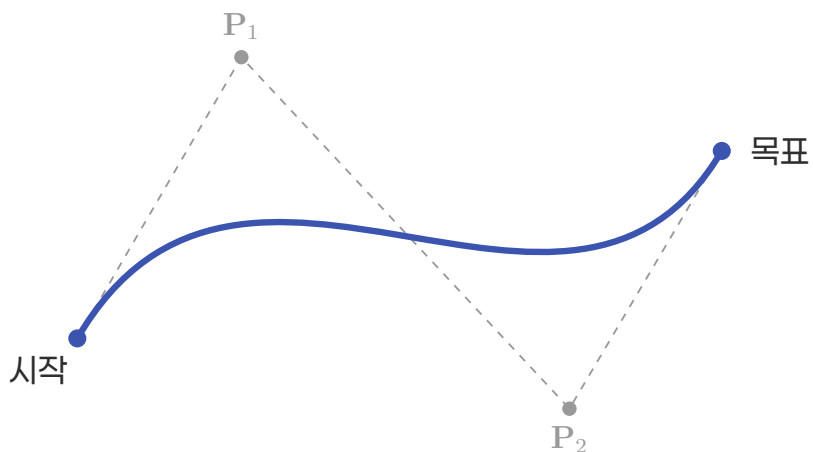


결정 대상 — 경로와 타이밍

Decision variables: path geometry and timing

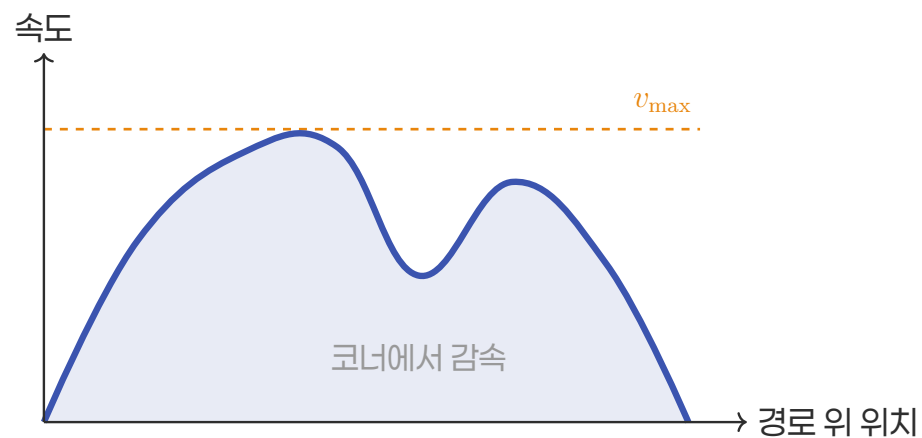
SECTION 01 / 04

① 경로 — 어디로 갈지



공간상의 형상 — 제어점 P 가 결정

② 타이밍 — 언제 지날지



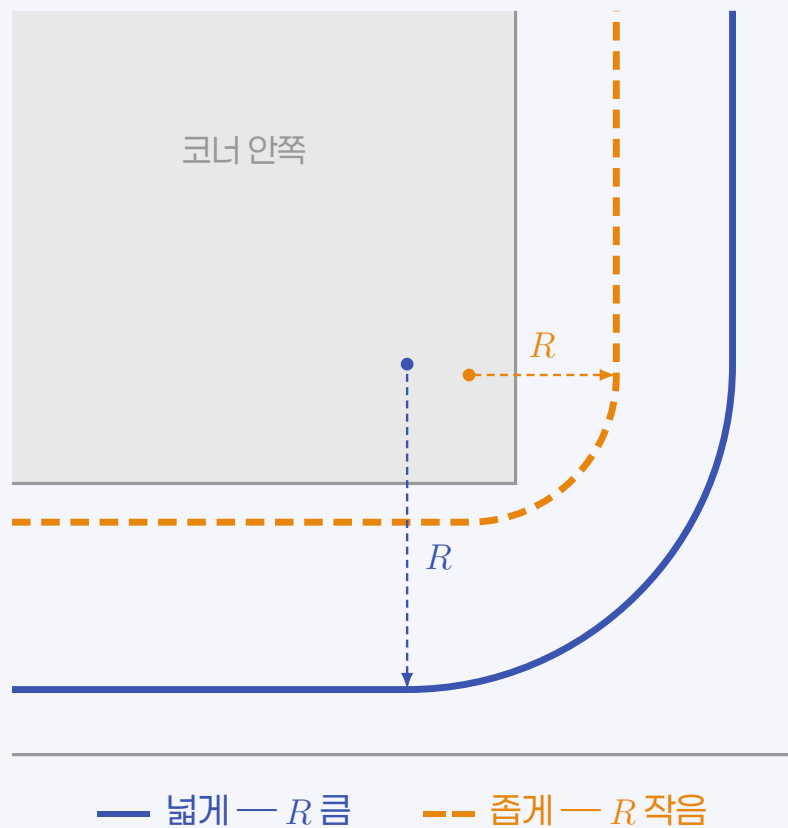
경로 위의 속도 프로파일 — 도착시각 T 가 따라 결정

핵심 > 두 갈래를 동시에 정해야 하고, 도착시각 T 자체도 변수 — 자유종단시간 문제

경로와 타이밍의 결합

Why path and timing multiply

SECTION 01/04



곱셈은 어디서 오는가

- 코너 횡가속도 $a_{\perp} = v^2/R = \kappa v^2$
- 경로가 κ 를, 타이밍이 v 를 정함
- 필요한 힘은 그 곱 — 둘의 여유가 묶임
- 일반형 $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{q}'' b + \mathbf{q}' a$ ($b = \text{속도}^2$)

▶ 경로와 타이밍이 곱으로 얽힘 → 따로 떼어 최적화할 수 없음

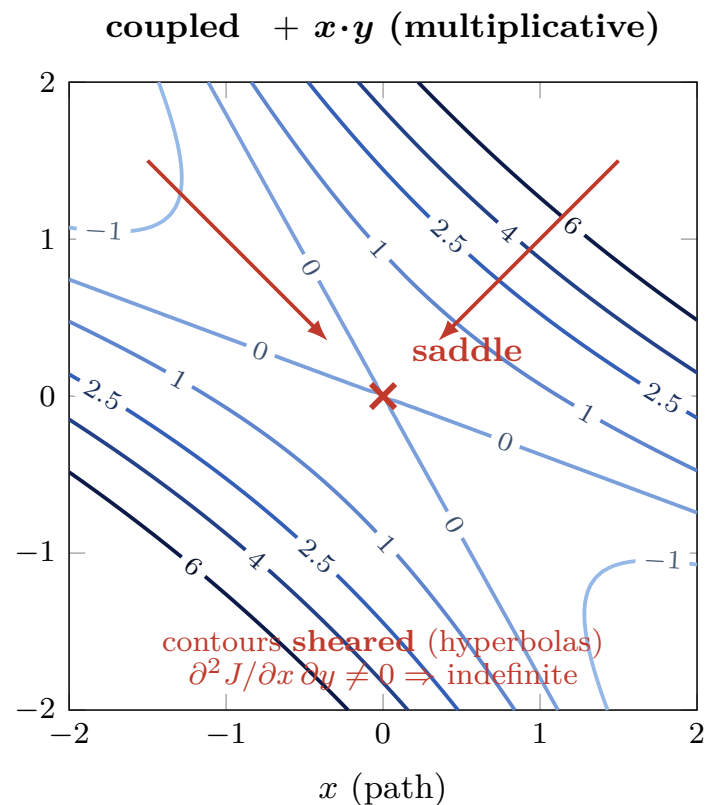
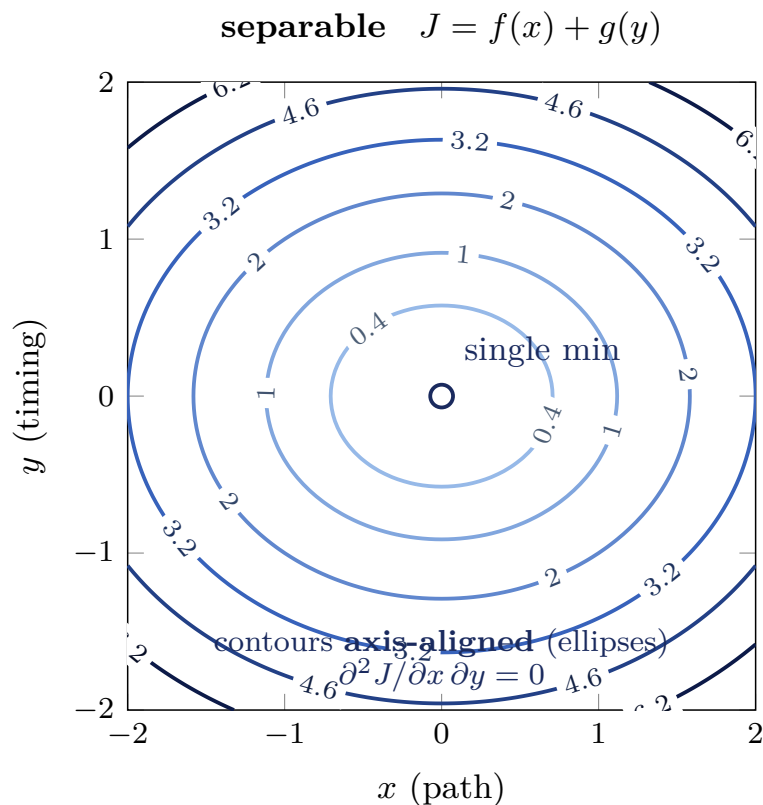
$\kappa = 1/R$: 곡률 · $a_{\perp}$: 경로에 수직인 가속도 성분 · $b = \dot{s}^2$: 제곱 유사속도(뒤에서 타이밍 변수로 씀)

비볼록성의 근원

Where the nonconvexity comes from

SECTION 01/04

그 **곱셈 결합**이 목적함수 지형을 뒤틀어 **비볼록**으로 만듦



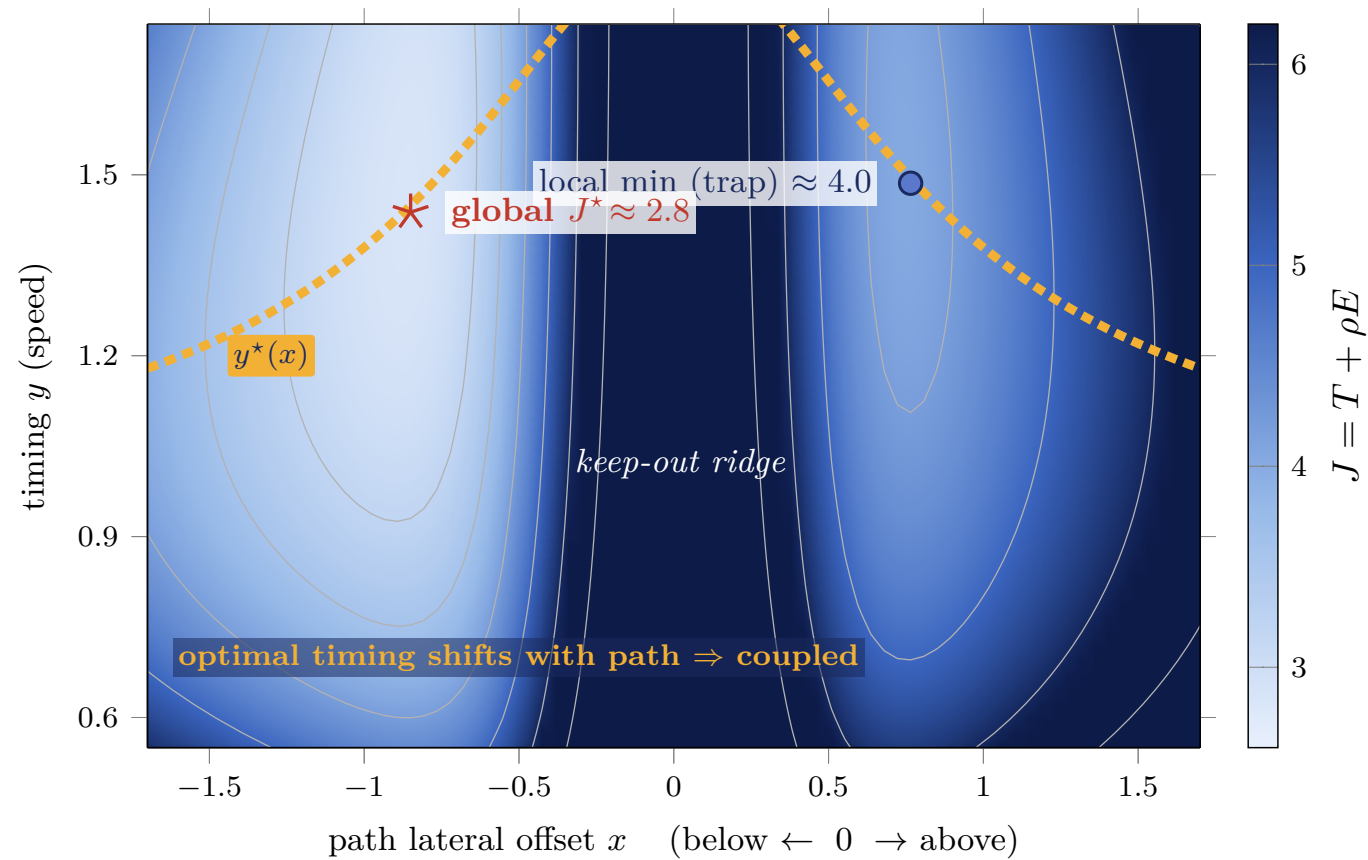
곱셈항 $x \cdot y$ 를 커면 등고선이 기울어 **안장**이 됨 ($\partial^2 J / \partial x \partial y \neq 0$) — 국소최소해가 다수 발생

다수의 국소최소해

Coupled landscape: optimal timing depends on the path

SECTION 01/04

Coupled objective: optimal timing depends on the path



최적 타이밍 $y^*(x)$ 이 경로에 따라 이동(= 결합) · keep-out 이 두 국소최소(전역 vs. trap)를 만들

기존 접근의 한계

Limitations of existing methods

SECTION 01/04

기존 접근

- 01 SCP / SQP — 빠르나 **국소해**, 인증 없음¹
- 02 TOPP — timing만 블록화, **경로 고정**²
- 03 다항식 완화 — 이 구조에선 복원 실패³

확장 방향

- 01 경로 + 시간 **결합**
- 02 전역최적성 **인증**
- 03 **플랫폼 무관** 프레임워크

SCP: Sequential Convex Programming · SQP: Sequential Quadratic Programming · TOPP: Time-Optimal Path Parameterization

¹D. Malyuta et al., *IEEE Control Syst. Mag.*, 2022. ²H. Pham & Q.-C. Pham, *IEEE Trans. Robotics*, 2018. ³J. B. Lasserre, *SIAM J. Optim.*, 2001.



02

제안방법론

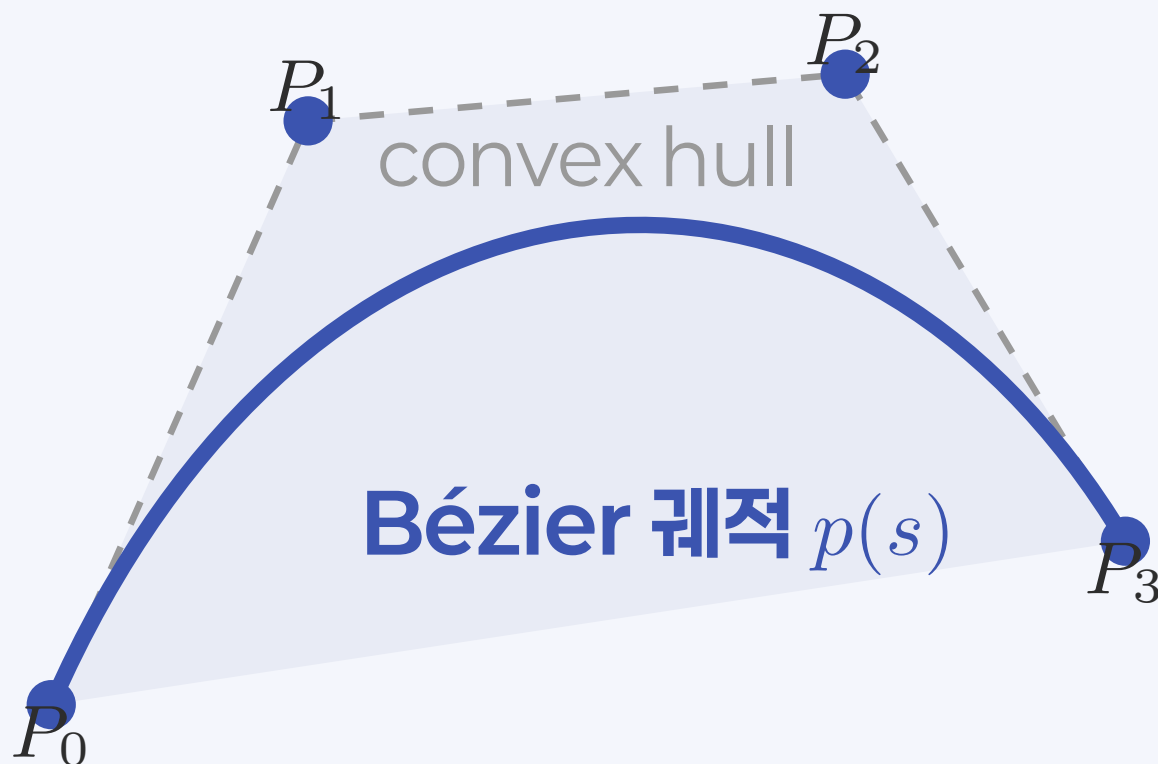
Proposed method



문제 정식화

Free-final-time trajectory optimization

SECTION 02/04



최소시간 · 에너지 궤적

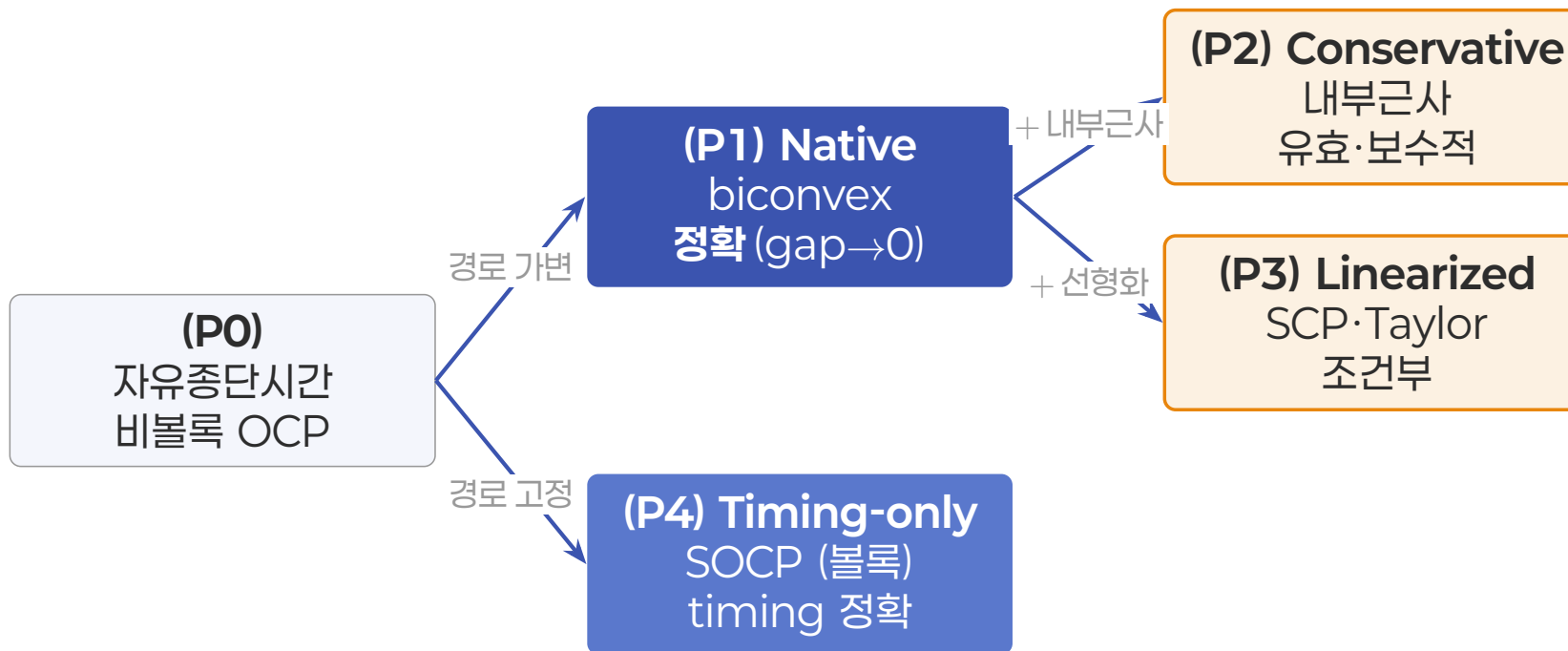
- 목적 $J = T + \rho E$ — 도착시간 T + 제어에너지 E
- 제약 — 동역학, 속도 · 가속도 한계, 경계조건
- 경로를 **Bézier 곡선**으로 성형: $p(s) = \sum_i P_i B_i(s)$
- 도착 시각 T 도 **변수** (자유종단시간)

▶ 제어점의 convex-hull → 경로 제약을 무손실 블록화

정식화 계층 — 하나의 코어, 원리적 확장

Hierarchy of problem formulations

SECTION 02/04



OCP: 최적제어 문제 · biconvex: 두 변수블록 각각 볼록 · SCP: Sequential Convex Programming · (P1)이 본 발표의 코어

핵심 > 본 발표는 코어 (P1)을 전개 — (P4)는 경로 고정, (P2)·(P3)은 원리적 확장

문제 정식화: (P0) → (P1)

From nonconvex OCP to the native block form

SECTION 02/04

자유종단시간 비볼록 최적제어 (P0):

$$\min_{t_f, \mathbf{q}(\cdot), \mathbf{u}(\cdot)} \int_0^{t_f} \ell dt \quad \text{s.t. } \mathbf{u} = \text{ID}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}), \quad \mathbf{q} \in \mathcal{C}, \quad \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \quad (\text{b.c.})$$

경로 P · 타이밍 β 로 분해한 native 형 (P1):

$$\min_{\mathbf{P}, \beta \geq 0} J = \underbrace{T(\beta)}_{\text{시간}} + \rho \underbrace{E(\mathbf{P}, \beta)}_{\text{에너지}} \quad \text{s.t. } \|\mathbf{q}'\|^2 b \leq v_{\max}^2, \quad \|\mathbf{q}''b + \mathbf{q}'a\| \leq a_{\max}, \quad \mathbf{P} \in \mathcal{C}$$

t_f : 자유 종단시간(도착시각) · 변수

$\mathbf{q}(s) = \mathbf{P} \mathbf{b}_n(s)$: degree- n Bézier 형상 경로 ($s \in [0, 1]$)

$\mathbf{P}$: 경로 제어점(control points)

$\mathbf{u} = \text{ID}(\cdot)$: 제어입력 (역동역학)

ℓ : 순간 비용 (적분값이 목적)

$\mathcal{C}, \mathcal{U}$: 허용 형상 · 입력 집합

$v_{\max}, a_{\max}$: 속도 · 가속도 한계

$b(s) = \dot{s}^2 = \beta^\top \mathbf{b}_m(s) \geq 0$: 제곱 유사속도(타이밍 변수)

$a := \frac{1}{2}b'$: 정의 $\Rightarrow \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{q}'\sqrt{b}, \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{q}''b + \mathbf{q}'a$

β : 타이밍 Bernstein 계수

$T = \int_0^1 ds / \sqrt{b}$: 총 이동시간

$E = \int_0^1 \|\mathbf{u}\|^2 / \sqrt{b} ds$: 제어에너지

ρ : 시간-에너지 가중치

(b.c.) : 경계조건 (시작 · 종단)

OCP: 최적제어 문제 · ID: 역동역학(Inverse Dynamics) · $\mathbf{b}_n, \mathbf{b}_m$: Bernstein 기저벡터 · 결정변수 ($\mathbf{P}, \beta$)

확장의 정식화 — (P2) · (P3) · (P4)

Formalizing the three principled extensions

SECTION 02/04

(P2) Conservative

조건 — 저크 등 $\sqrt{b}$ 가 남는 홀수차 제약

저크 $\ddot{\mathbf{q}} = \sqrt{b} \mathbf{L}$, $\mathbf{L} = \mathbf{q}'''b + 3\mathbf{q}''a + \frac{1}{2}\mathbf{q}'b''$

비볼록: $b \|\mathbf{L}\|^2 \leq j_{\max}^2$

처리 — SOC 내부한계 $\|\mathbf{L}\| \leq j_{\max}/\sqrt{B}$ ($b \leq B$)

보증 — 유효 · 보수적

(P3) Linearized

조건 — (A2) 실패: $M(\mathbf{q}) \cdot G(\mathbf{q})$ 비선형

$\mathbf{u} = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) \Rightarrow \mathbf{P}$ 에 비선형

처리 — nominal 주위 Taylor + 잔차한계 $\rightarrow$ biconvex
복원, 순차볼록계획(SCP)

보증 — 조건부 (잔차한계 하)

(P4) Timing-only

조건 — 경로가 자유롭지 않음(비홀로노믹 등), 실현가능
경로가 주어짐

$\mathbf{P}$ 고정 $\Rightarrow$ 결합 $\mathbf{P} \times (a, b)$ 제거

(P1) $\rightarrow \beta$ 에 대한 볼록 SOCP (임의 $M(\mathbf{q})$)

보증 — timing 정확 (경로 최적성 주장 없음)

$\mathbf{L}$: 저크 진폭(β 에 선형) · $j_{\max}$: 저크 한계 · B : 속도유도 b 상한 · $M, \mathbf{c}, G$: 관성·코리올리·포텐셜 · SCP: Sequential Convex Programming · 모두 코어 (P1) 위의 확장

Path-Velocity 분해

Reparameterizing speed as squared velocity

SECTION 02/04

빠르기를 **제공속도** $b := \dot{s}^2 \geq 0$ 로 바꾸면

$$\ddot{q}(t) = q''(s) b(s) + q'(s) a(s)$$

경로를 고정하면 가속도가 (a, b) 에 **선형** — 물리 제약이 블록해짐

경로 고정 시 제약의 볼록화

Constraints become convex in (a, b)

SECTION 02/04

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{q}'(s)\sqrt{b}, \quad \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{q}''(s)b(s) + \mathbf{q}'(s)a(s)$$

속도 제약 $q'_i(s)^2 b(s) \leq v_{\max,i}^2$ (β 에 선형)

가속도 제약 $\|\mathbf{q}''(s)b + \mathbf{q}'(s)a\|_2 \leq a_{\max}$ (2차 원뿔 SOC)

$$\text{시간 이산화 } \Delta t_k = \frac{2 \Delta s_k}{\sqrt{b_k} + \sqrt{b_{k+1}}}$$

SOC: Second-Order Cone(2차 원뿔) · $b := s^2$, $a := \frac{1}{2}b' \cdot \mathbf{q}' = dq/ds$

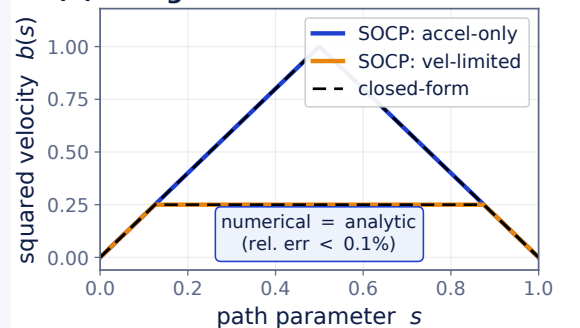
Timing 부분문제의 볼록화 (SOCP)

SECTION 02/04

The timing subproblem is exactly convex

독립 예제 — 직선 경로

(a) straight line: SOCP $\equiv$ closed-form

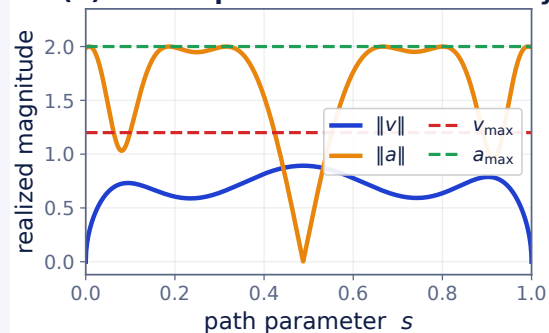


(a) 수치해가 Closed-form solution for

SOCP(삼각형=가속만·사다리꼴=속도한계)와 오차 < 0.1 %

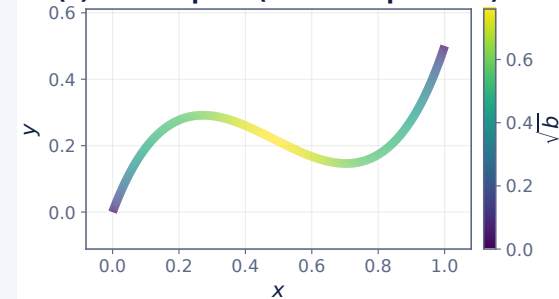
동일 궤적 — 곡선 경로 예제 (두 가지 뷰)

(b) curved path: limits met exactly



(b) 실현 속도·가속도가 한계선에 정확히 접함 — 제약 무손실

(c) curved path (color = speed $\sqrt{b}$)



(c) 동일 궤적의 공간 뷰 — 색 = 속도 $\sqrt{b}$

만족

명제 1 · 볼록 부분은 정확히 풀

- 경로 고정 시 자유종단시간 문제가 정확한 SOCP(볼록)
- Bézier convex-hull로 경로 제약을 무손실 처리
- (a) SOCP 해 = Closed-form solution · (b, c) 곡선 경로 제약도 정확 만족

SOCP: Second-Order Cone Program — 2차 원뿔 계획법(볼록 최적화의 한 종류)

명제 1 — Timing 부분문제 = SOCP

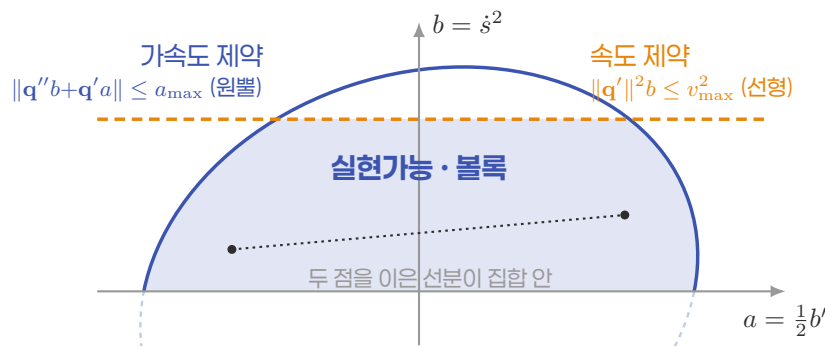
SECTION 02/04

Proposition 1

명제 1 (Timing 부분문제의 볼록성)

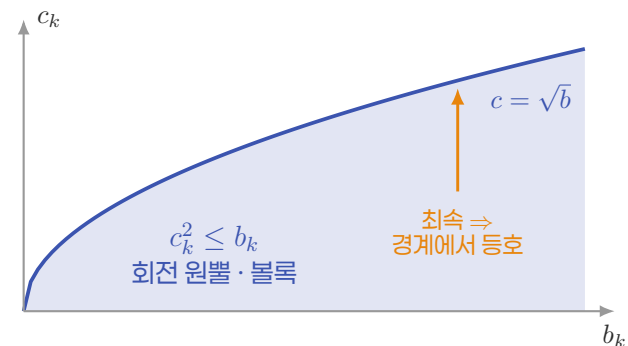
경로 P 를 고정하고 $b(s) = \beta^\top \mathbf{b}_m(s)$ 로 두면, 속도·가속도·구동기 제약 하의 자유종단시간 문제는 최소시간·제어에 너지 어느 목적이든 β 에 대한 **SOCP**임. 경로 제약은 Bézier 볼록껍질로 전 구간 무손실 부과됨.

① 제약 — 반평면 $\cap$ 원뿔 (고정 s 단면)



위에서 무엇이 먼저 막는지가 프로파일을 결정 —
속도면 사다리꼴, 가속도면 삼각형

② 목적 — $1/\sqrt{b}$ 를 원뿔로 (보조변수 c)



$\sqrt{b}$ 가 오목이라 그 아래 영역이 볼록 —
시간의 비선형을 c 가 흡수

예 (최소시간):
$$\min_{\beta \geq 0, c, d} \sum_k d_k \quad \text{s.t.} \quad c_k^2 \leq b_k, \quad d_k (c_k + c_{k+1}) \geq 2 \Delta s_k$$

SOCP: Second-Order Cone Program(2차 원뿔 계획법) · 근사가 아닌 정확한 재정식화라 한 번의 볼록 solve로 전역 최적

결합 문제의 biconvex 구조와 한계

Coupled problem is biconvex

SECTION 02/04

좋은 구조

- 01 경로 · timing 각 블록은 볼록
- 02 비볼록성이 **단일 bilinear 항** 하나로 격리
- 03 $J = T(\beta) + \rho E(\mathbf{P}, \beta)$ — 유일 비볼록은 가속도 $\mathbf{q}''b + \mathbf{q}'a$

간단한 방법으로 해결 시도

- 01 교대최소화 — 목적 단조감소, 임계점 수렴
- 02 그러나 **전역성 보장 없음** → 국소해에 갇힘

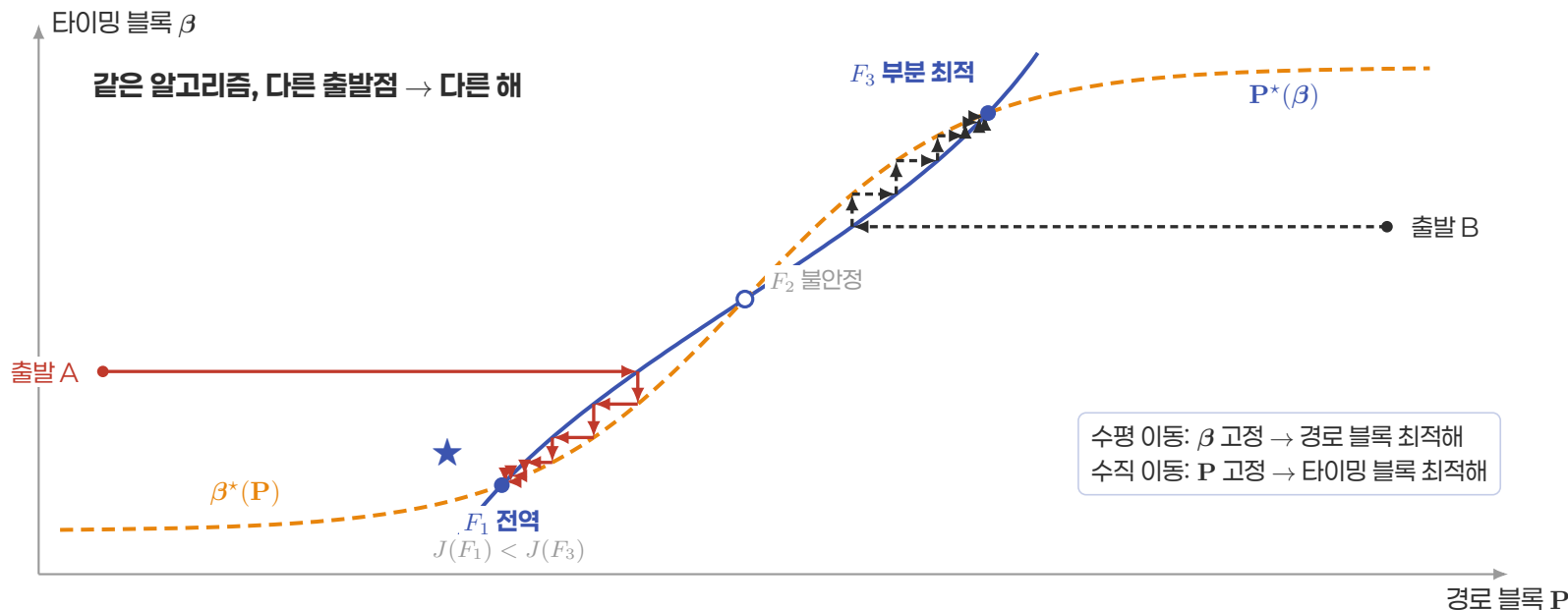
교대최소화의 거동 — 출발점이 결과를 정함

SECTION 02/04

Alternating updates converge, but only to a partial optimum · Remark 1

Remark 1 (교대최소화)

β 고정 $\Rightarrow$ 경로 블록 = 블록 QP; P 고정 $\Rightarrow$ 타이밍 블록 = SOCP (명제 1). 두 블록 블록의 교대최소화는 목적을 단조 비증가시키나, 축적점은 부분 최적(block-coordinate)에 그쳐 **전역 최적성은 보장되지 않음**.



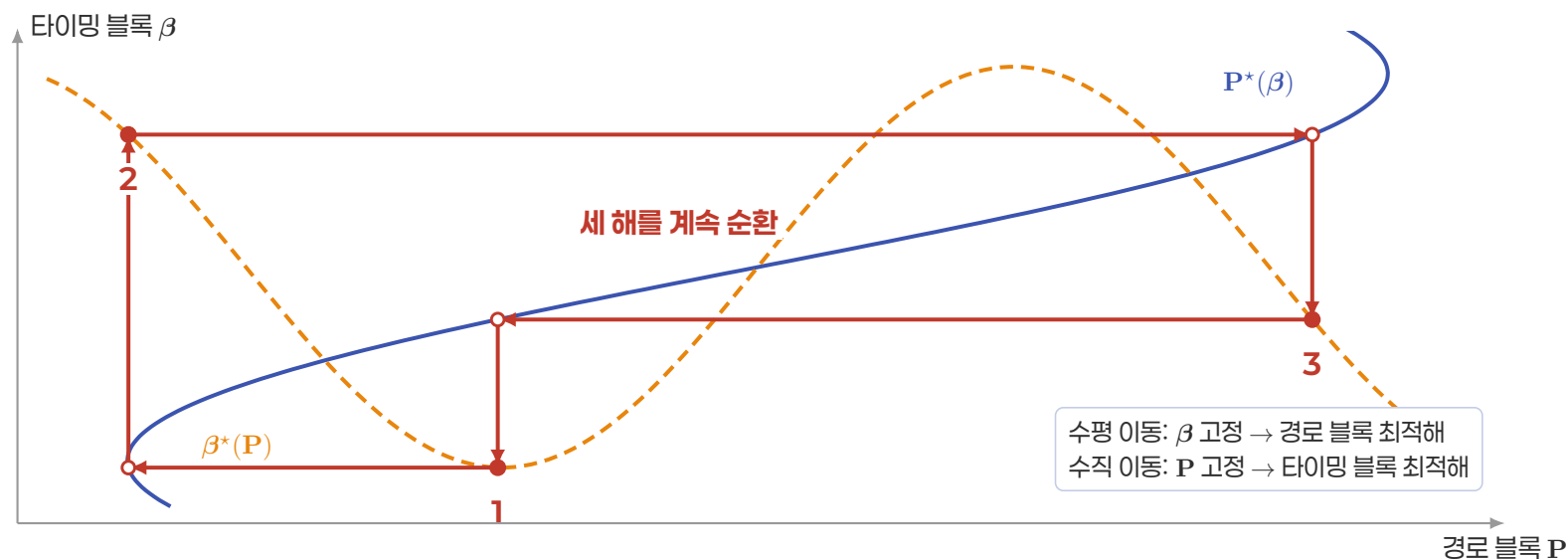
두 곡선의 교점 = 교대최소화가 멈추는 자리(부분 최적). 전역해는 그중 하나지만, **어디에 도달할지는 출발점이 정함**

QP: Quadratic Program(2차 계획법) · biconvex: 두 변수 블록 각각에 대해 볼록 · F_2 : 어느 실행도 도달하지 않는 불안정 고정점

교대최소화가 순환하는 경우

Alternating updates may cycle

SECTION 02/04



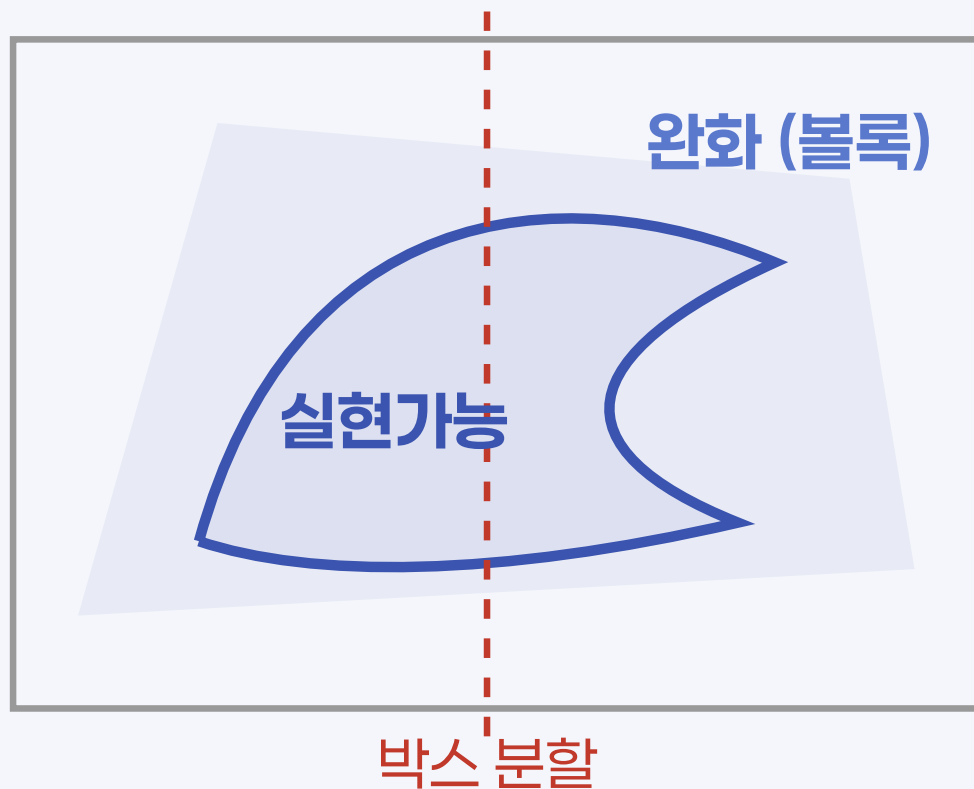
한쪽을 최적화하면 다른 쪽의 최적해가 바뀌어, 갱신이 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ 로 도는 경우도 생길 수 있음

앞 장(한 해로 정지)과 이 장(세 해를 순환)이 교대최소화가 보일 수 있는 두 거동 · 어느 쪽이든 전역 최적성은 말해 주지 않음

박스 완화 — McCormick과 Shor SDP

Convex relaxations that bound the nonconvex set

SECTION 02/04



바깥에서 감싸는 볼록 근사

■ **McCormick** — 곱셈항 $w=xy$ 를 박스 위 선형 포락으로 감쌘

■ **Shor SDP** — $X=xx^T$ 로 리프팅 후 PSD 완화

■ 완화는 **하한**만 제공 — 박스를 쪼갤수록 조여짐

▶ 박스 분할 → 전역 인증 (다음 장)

SDP: Semidefinite Program(반정부호 계획법) · PSD: Positive Semidefinite(양의 준정부호 행렬)

bilinear $w = xy$, $x \in [x_L, x_U]$, $y \in [y_L, y_U]$ 의 McCormick 포락:

$$w \geq x_L y + y_L x - x_L y_L, \quad w \geq x_U y + y_U x - x_U y_U,$$

$$w \leq x_U y + y_L x - x_U y_L, \quad w \leq x_L y + y_U x - x_L y_U.$$

Shor SDP 리프팅 — $\mathbf{X} = \mathbf{z}\mathbf{z}^\top$ 의 rank 조건을 폐기하여 느슨하게 만들기:

~~$\mathbf{X} = \mathbf{z}\mathbf{z}^\top$ (rank $\mathbf{X} = 1$)~~ 폐기 — 비볼록성의 근원

↓ 남는 것은 볼록 조건뿐

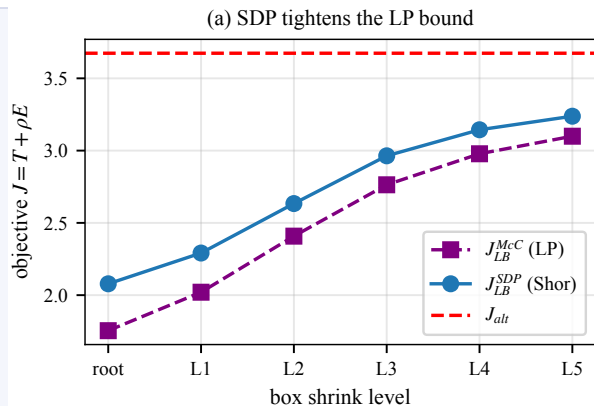
$$\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{z}^\top \\ \mathbf{z} & \mathbf{X} \end{bmatrix} \succeq 0, \quad J_{\text{LB}}^{\text{McC}} \leq J_{\text{LB}}^{\text{SDP}} \leq J^* \leq J_{\text{alt}}$$

SDP: Semidefinite Program · PSD ($\succeq 0$): 양의 준정부호 · $\mathbf{z}$: 리프팅 대상 결정변수 묶음 ($\mathbf{P}, \beta$) · $\eta = \lambda_2/\lambda_1$: rank-1 이탈도(0이면 정확)

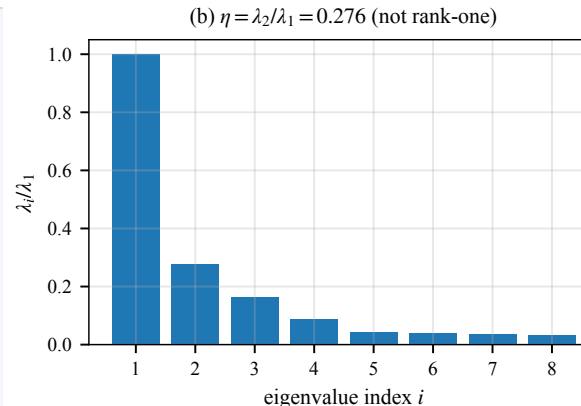
단일 볼록완화의 한계

A structural limit of single relaxations

SECTION 02/04



(a) 박스 수축(L1 → L5)에 따라 하한이 상승 — Shor SDP가 McCormick(LP)보다 조여지만, 실제 최적값 J_{alt} 까지는 닿지 못함.



(b) SDP 최적해 $\mathbf{x}^*$ 의 고유값 스펙트럼 — 둘째 고유값이 살아 있어 $\eta = \lambda_2/\lambda_1 = 0.276$, rank-1 복원 실패를 정량 확인.

명제 3 · 단일 완화로는 복원 불가

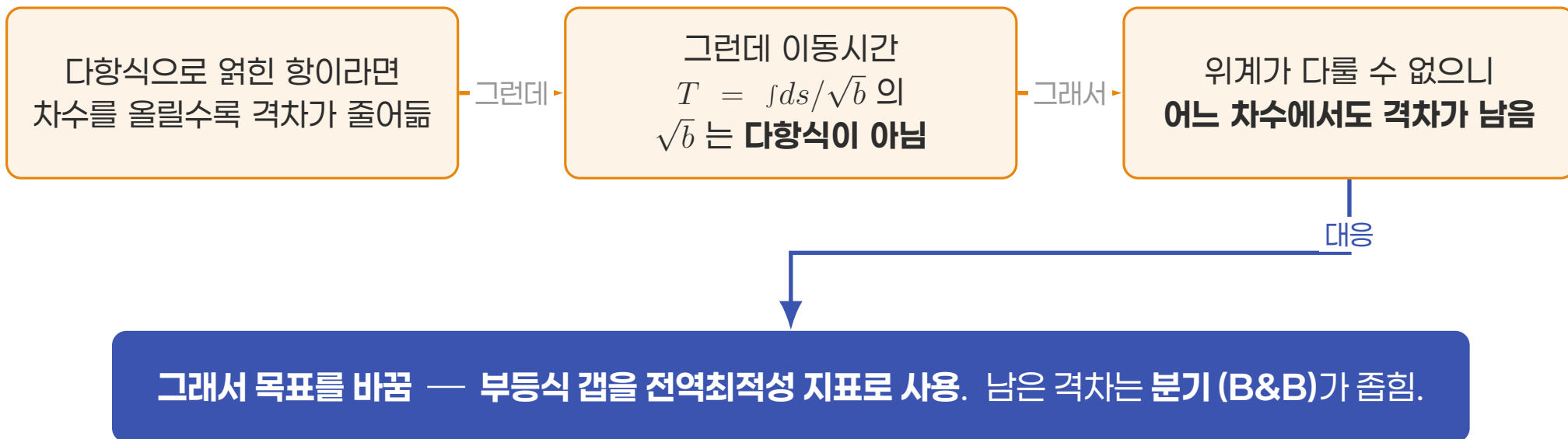
- McCormick → Shor SDP로 조여도 **복원 실패**
- Shor · Lasserre 계층은 **bilinear**만 조임
- $\sqrt{b}$ 항이 **비다항** → 다항식 완화 계층 밖

SDP: Semidefinite Program(반정부호 계획법) · LP: Linear Program(선형 계획법)

다항식 완화가 멈추는 지점

Proposition 3 (negative result)

SECTION 02/04

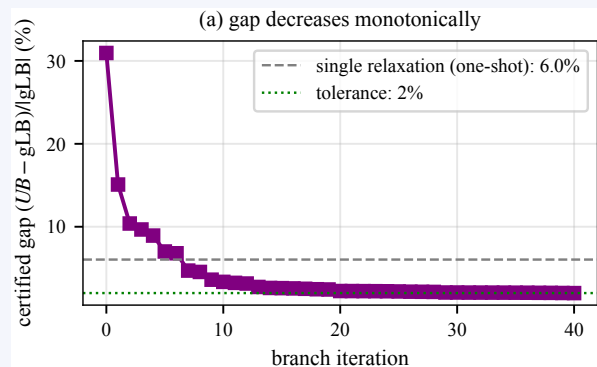


Lasserre hierarchy: 다항식 전역최적화 위계 · 격차(gap): 하한과 실현가능 상한의 차이 · η : rank-1 이탈도(0이면 정확)

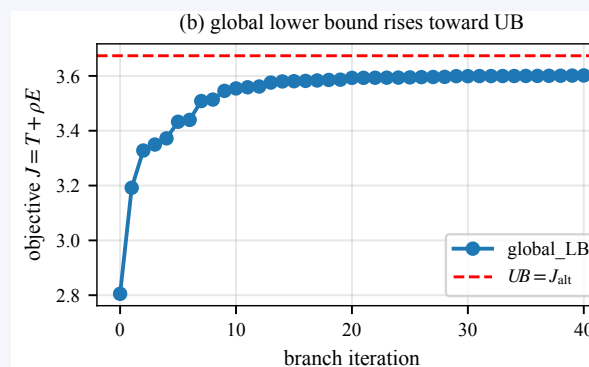
전역최적성 인증 — Spatial Branch-and-Bound

Certifying global optimality

SECTION 02/04



(a) 분기 반복에 따른 인증 gap: 31%→2%로 단조 감소 — 단일 완화 한계선(6.0%)을 크게 하회.



(b) 전역 하한 J_{LB} 가 상승해 실현가능 상한 $UB = J_{alt}$ 에 수렴 — 전역최적성을 정량적으로 인증.

정리 1 · 보조정리 1 · 전역최적성을 정량적으로 인증

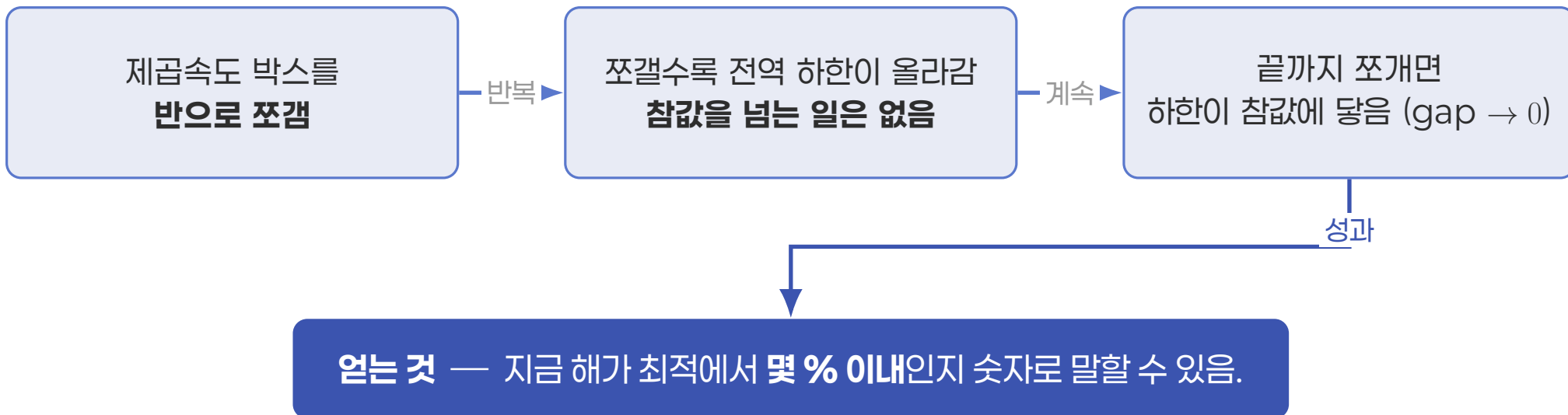
- 제곱속도 박스를 이분할하며 하한 갱신: $J_{LB} \leq J^*$ 항상
- 단조증가 · 소진분할로 $J_{LB} \rightarrow J^*$ (정리 1)
- 보조정리 1 — 잔여 비불록성이 **스칼라축 b 하나**로 축소

J_{LB} : Lower Bound(하한) · UB : Upper Bound(상한) · J^* : 전역 최적값

전역최적성 인증 절차

Theorem 1 · Lemma 1

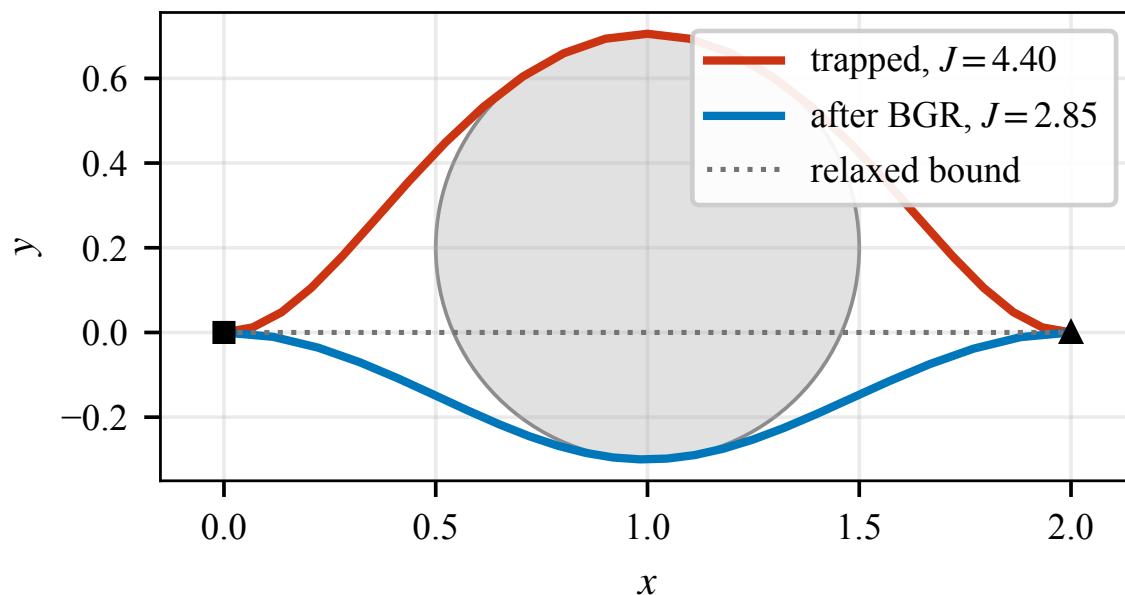
SECTION 02/04



박스를 모든 차원 방향으로 쪼개면 계산이 감당이 안 됨 → 경로 P 와 a 를 고정하면 남는 비볼록성은 **축 b 하나** — 1차원만 쪼개면 됨

J_{LB} : 전역 하한(열린 박스들의 최소 하한) · J_{alt} : 실현가능 상한 · J^* : 전역 최적값 · $gap = (J_{alt} - J_{LB}) / |J_{LB}|$

(a) keep-out traps the local solver



Certification → Improvement

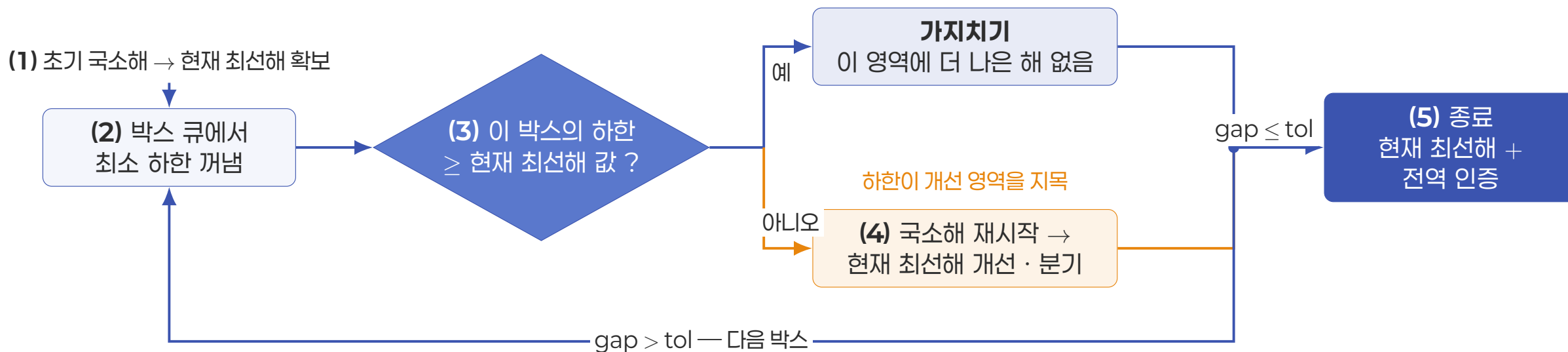
- 인증 하한이 **개선 가능 영역을 지목**
- 국소해 재시작으로 현재 최선해 개선
— 인증이 전역최적화 루프로
- keep-out 장애물에 갇힌 국소해:
 $J=4.40 \rightarrow 2.85$

▶ 알고리즘 1 · 인증이 전역최적화 루프로 (-35%)

알고리즘 1 — Bound-Guided Refinement

A certification loop that also improves the incumbent

SECTION 02/04



핵심 > 가지치기로 인증하고, 남은 박스에서 다시 풀어 개선 — 하나의 루프가 두 일을 함께 수행

BGR: Bound-Guided Refinement · prune: 가지치기 · 현재 최선해(incumbent): 지금까지 찾은 최선의 실현가능해

03

일반성과 적용

Generality and applications



공통 코어와 플랫폼별 요소

Invariant core and platform-specific components

SECTION 03/04

공통 코어 (그대로)

- 01 Path-velocity 인증 (SOCP + B&B + BGR)
- 02 플랫폼이 바뀌어도 **바뀌지 않음**

변경 가능한 요소

- 01 목적 — 최소시간 / 에너지 / ...
- 02 제약 — 속도 · 가속도 · 저크 · 안전 코리도
- 03 동역학 — 로봇 / 차량 / 우주선

SOCP: Second-Order Cone Program · B&B: Branch-and-Bound(분기한정) · BGR: Bound-Guided Refinement

적용 범위 — 네 티어와 보증

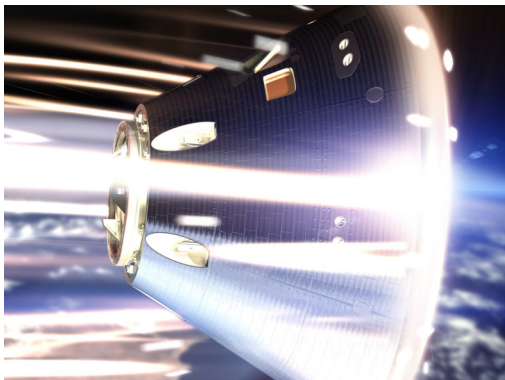
Scope: one core, four tiers, graded guarantees

정식화 (티어)	전역 보증	대표 응용
(P1) Native	정확 (gap $\rightarrow$ 0)	멀티로터(평탄) · CW 랑데부 · 점질량 계획
(P4) Timing-only	timing 정확	비홀로노믹 차량 · 매니퓰레이터(주경로)
(P2) Conservative	유효 · 보수적	저크 제한 · 바디레이트 제한
(P3) Linearized	조건부	대기 재진입 · 궤도전이 · 관절 매니퓰레이터

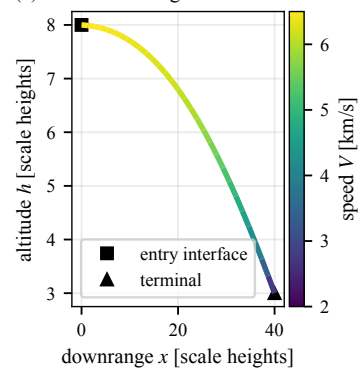
플랫폼별 적용 사례

Applications across platforms

SECTION 03/04



(c) T4: exact timing on a fixed corridor

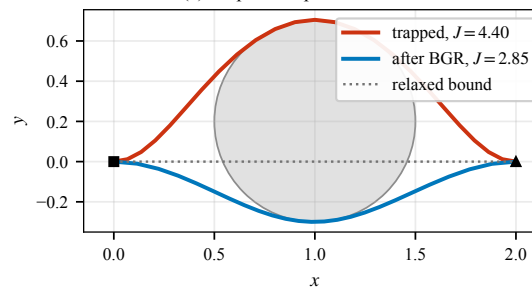


항공우주 · 재진입

고도-사거리 코리도, g-load 제약

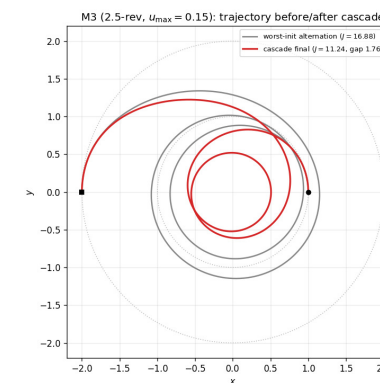
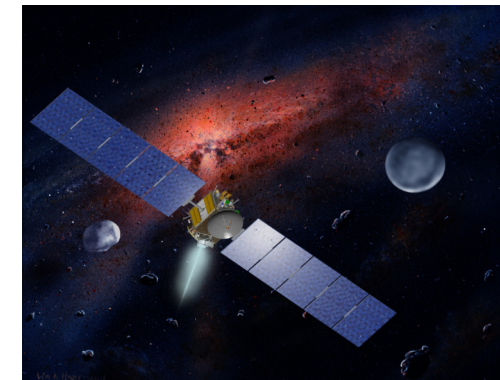


(a) keep-out traps the local solver



모빌리티 · 로봇

안전 코리도 하 최소화시간, 인증·개선



우주 · 저추력 궤도전이

같은 인증 프레임을 우주로 이식

강건성과 계산 비용

본 논문의 대표 수치 예제에 대한 실측 — 일반 노트북(Apple M4)

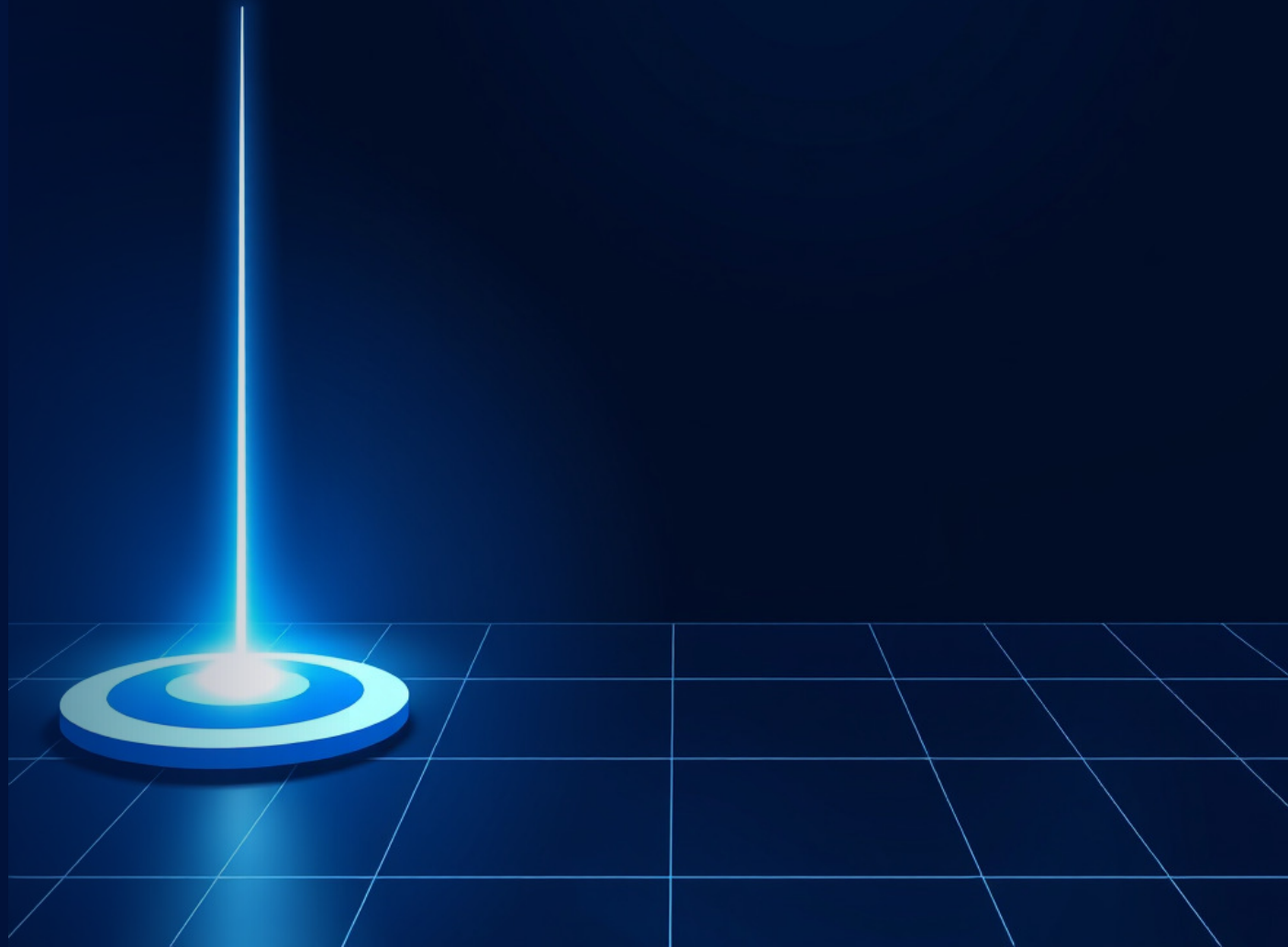
연산 단계	산출 · 보증	계산 시간 [†]
최소시간 궤적 계산	정확한 최적해 (해석해와 일치)	수 밀리초
전역최적성 인증	최적과의 격차 “31% → 2%” 보증	약 13초
해를 더 개선	목적값 35% 감소	약 7초

[†] 일반 성능 지표가 아니라 본 논문의 대표 수치 예제(경유점 최소시간 궤적; 개선은 장애물 회피 예제) 1건에 대한 실측임. 각 행은 해당 단계를 1회 수행한 벽시계 시간(누적 아님)이며, 인증·개선은 내부적으로 각각 81 · 7개의 하위 SOCP를 풀. 측정: Apple M4 Max · 미최적화 Python(CVXPY 1.6.6 + CLARABEL), 절대 수치보다 자릿수 수준 참고용.

04

요약

Summary



적용에 적합한 문제

Where this framework fits

SECTION 04/04

적용이 자연스러운 문제

- 01 최소시간 · 에너지 + 경로 · 타이밍 결합
- 02 속도 · 가속도 · 저크 · 안전 코리도 제약
- 03 공작기계 · 로봇 · 모빌리티 · 드론 · 항공우주

확장 응용 방향

- 01 인증 프레임워크 · 재현 코드 공개
- 02 플랫폼별 요소만 바꿔 손쉽게 적용
- 03 다상 궤적 · 증분 재계산으로 **온라인 인증** 확장

오늘 보인 것

- 01 경로와 타이밍을 나눠 **정확히 풀리는 부분**을 분리
- 02 지금 해가 최적에서 **몇 % 이내**인지 숫자로 보증
- 03 그 보증이 해를 **개선**하는 데도 쓰임

앞으로

- 01 코어는 그대로, **플랫폼별 요소**만 교체 — 공작기계 · 로봇 · 드론 · 자율주행 · 우주 궤도전이
- 02 인증 시간을 줄여 **온보드**에서 수행
- 03 **승차감 완화**를 위한 경로계획 · 제어기법과 통합

THANK YOU FOR YOUR ATTENTION

감사합니다

Q & A

이수원 · 국민대학교 미래모빌리티학과
suwon.lee@kookmin.ac.kr · <https://fmcl.kookmin.ac.kr>

FMCL · Future Mobility Control Lab. · Kookmin University